

考虑中介轴承波纹度的双转子系统的 非线性振动

侯磊^{1,2}, 符毅强¹, 陈予恕¹

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对考虑中介轴承波纹度的双转子模型,应用转子动力学理论和拉格朗日方程建立系统的运动方程,采用数值方法求得系统的非线性振动响应,并分析了转速、波纹度最大幅值、波纹度波数和波纹度初始幅值对系统动力学行为的影响规律.结果表明:波纹度对高、低压转子动力学行为的影响规律基本一致,随着转速的增加,高、低压转子的运动表现为周期运动与非周期运动交替变化,在较低转速区可能发生概周期及混沌运动.随着波纹度最大幅值的增大,系统可由周期运动演化为周期 2 运动、概周期运动及周期 4 运动,表明波纹度最大幅值增大时不利于系统的安全平稳.当波数为滚动体数的整数倍时,系统可能出现概周期及混沌等复杂非周期运动.随着波纹度初始幅值的增大,系统表现为概周期运动与混沌运动交替出现,但波纹度初始幅值相对较大时转子系统的振动幅值相对较小.

关 键 词: 双转子系统; 中介轴承; 波纹度; 非线性振动; 滚动轴承

中图分类号: V23

文献标志码: A

Nonlinear vibration of dual-rotor system with surface waviness in inter-shaft bearing

HOU Lei^{1,2}, FU Yi-qiang¹, CHEN Yu-shu¹

(1. School of Astronautics,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. School of Energy Science and Engineering,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Considering the effect of dual-rotor model with surface waviness in inter-shaft bearing, the motion equations of a dual-rotor system were formulated by employing rotor dynamics and Lagrange equations. The nonlinear vibration responses of the system were derived through numerical calculations. Accordingly, the dynamic behaviors of the system influenced respectively by rotation speed, maximum surface waviness amplitude, surface waviness order and the initial surface waviness amplitude were analyzed. The results showed that the effects of the surface waviness on the high pressure rotor and the low pressure rotor were almost the same. With the increase of the rotation speed, both of high pressure and low pressure rotors showed an alternative variation of periodic motion and non-periodic motion. In particular, the quasi-periodic and even chaotic motions may occur within a relatively low

收稿日期: 2015-07-14

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2015CB057400)

作者简介: 侯磊(1987—),男,讲师,博士后,主要从事非线性转子动力学研究.

引用格式: 侯磊,符毅强,陈予恕.考虑中介轴承波纹度的双转子系统的非线性振动[J].航空动力学报,2017,32(3):714-722. HOU Lei, FU Yiqiang, CHEN Yushu. Nonlinear vibration of dual-rotor system with surface waviness in inter-shaft bearing [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(3): 714-722.

rotation speed region. With the increase of maximum surface waviness amplitude, the dynamic behavior of the system may turn from periodic motion into periodic 2 motion, quasi-periodic motion and periodic 4 motion against the safety and stability of the vibration system. When the surface waviness order was integer multiples of the number of rollers, the motion of the system would might be non-periodic, e. g. quasi-periodic or chaotic. With the increase of the initial surface waviness amplitude, the system showed an alternative variation of quasi-periodic motion and chaotic motion. Nevertheless, for a larger initial surface waviness amplitude, the vibration amplitude of system was even smaller.

Key words: dual-rotor system; inter-shaft bearing; surface waviness; nonlinear vibration; rolling bearing

滚动轴承无疑是旋转机械中的重要部件,而无论制造工艺如何提高,波纹度都无法消除^[1]. 目前,对滚动轴承滚道波纹度的表征方法主要有两种:其一是由赫兹接触宽度定义的波纹度,即把波纹度波长比赫兹接触区宽度小的定义为表面粗糙度,比其大的定义为波纹度;其二是通过测量滚道表面的波数来定义的,可将波纹度按波数大小分为疏波、中波和密波,并且分类波数的临界数值不是固定的,不同的零件有着不同的值. 对于第 1 种定义,由于赫兹接触区的大小和所承受的载荷密切相关,故其分界值也不是固定的^[2].

波纹度作为滚动轴承内、外滚道及滚动体表面的一种形状误差,是激发滚动轴承振动噪声的主要作用因素之一^[3]. 因此,研究带有表面波纹度的轴承-转子系统的振动特性十分必要.

在滚动轴承-双转子耦合系统研究方面,周海仑等^[4]建立了双转子-滚动轴承-机匣耦合动力学模型,考虑了高、低压转子通过中介轴承的耦合作用、高压转子和机匣的碰摩故障,以及滚动轴承外圈与轴承座之间的弹性支承和挤压油膜阻尼器等. 研究发现双转子系统有两个不同的不平衡激励频率,当不发生碰摩时主要有两个基频频率成分;当发生碰摩时系统将表现出除了两个基频以外的倍频、分频和组合频率成分. 邓四二等^[5]建立了含滚动轴承动力学与转子动力学耦合以及高、低压转子间耦合的滚动轴承-双转子系统动力学方程,研究发现应合理选取中介轴承的径向游隙值以减小振动;减小中介轴承滚子数量可降低保持架打滑率,但转子系统的振动量会增大;支承轴承内外沟曲率半径系数及径向游隙较小时转子系统的振动量较小,转子运转较稳定;支承轴承滚动体数量增多有利于转子系统运行的平稳性. 罗贵火等^[6]考虑了低压转子与高压转子的中介轴承耦合作用,滚动轴承模型中考虑了滚动轴承间隙、非

线性赫兹接触力以及变柔性振动等因素,利用仿真模型进行了同向和反向旋转双转子系统的拍振响应分析,发现当转速差较小时,系统的拍振响应明显;此外,还发现同向和反向旋转双转子系统的轴心轨迹差异较大.

在考虑轴承波纹度的滚动轴承-双转子系统研究方面,Harsha, Kankar 等^[7-12]建立了考虑滚动轴承波纹度的滚动轴承-刚性转子模型,发现了频谱中某些特定频率的组合与波数存在着规律性的联系,并分析了系统的稳定性,揭示了滚动体数目和波数是影响转子系统动力学特性的两个重要参数. Yusof 等^[13]利用显微镜对轴承内滚道表面特征通过二维和三维参数进行了评估,两种参数模型都很好地描述了轴承内滚道表面的磨损;并考虑了润滑状态,发现轴承滚道的表面粗糙度和润滑状态直接影响到系统的振动强弱. 顾晓辉等^[14]分析了综合考虑滚动轴承径向间隙、非线性赫兹力和轴承内外圈波纹度时滚动轴承-转子系统的非线性响应,研究了波纹度最大幅值和转速对系统的影响,找到了不同类型故障对应的特征频率,并应用 G-P(Grassderger-Procaccia)算法对相同转速时不同波纹度最大幅值的关联维数做了计算,得出关联维数可应用于轴承故障的特征提取与定量诊断中. 张耀强等^[15]也对一综合考虑轴承内外圈波纹度、赫兹弹性接触力和径向游隙的轴承-转子系统做了相关分析,发现外圈波纹度波数和轴承滚动体数相等时,系统会产生强烈振动;转子系统进入混沌的路径为倍周期分岔路径;轴承内圈波纹度引起的振动频率与其波数有着明确的函数关系. 杜秋华等^[16]建立了可用来仿真球轴承的径向刚度的考虑波纹度影响的球轴承非线性振动模型,该模型还考虑了流体弹性动力润滑油膜的影响,分析发现波纹度使球轴承的刚度发生周期性的变化,而且油膜使得轴承的刚度有所提高.

以上均为对滚动轴承或滚动轴承-单转子系统与波纹度相结合的研究,滚动轴承-双转子耦合系统的研究都鲜有考虑到波纹度的影响,本文将针对双转子-中介轴承系统,建立考虑中介轴承波纹度的双转子系统模型,并研究分析波纹度对该系统振动特性的影响。

1 转子系统模型

双转子模型^[17]如图 1 所示,低压转子由轴承 A、D 支承,高压转子由轴承 B、C 支承,高、低压转子由中介轴承即轴承 C 连接。其中,低压转子轴半径为 R_1 ,盘半径为 R_2 ,盘厚度为 e_1 。高压转子轴内壁半径为 R_3 ,外壁半径为 R_4 ,盘半径为 R_5 ,盘厚度为 e_2 ,各轴段长度如图 1 所示。

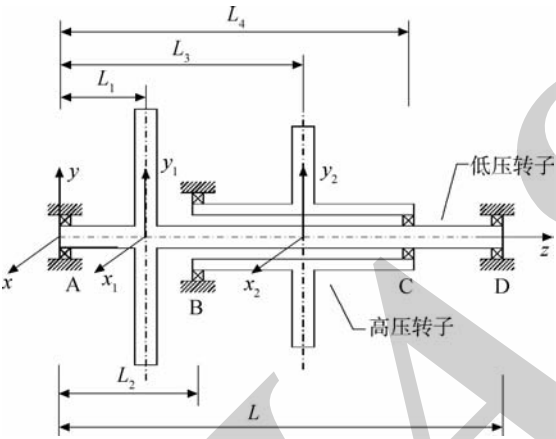


图 1 双转子模型

Fig. 1 Schematic of dual-rotor model

1.1 位移表达式

由于双转子系统的复杂性,为了便于计算求解,本文只考虑高、低压转子的水平和竖直方向的平移自由度。设 $x_i(t), y_i(t)$ 分别为转子盘形心的水平和竖直方向的位移,令下标 $i=1$ 时代表低压转子, $i=2$ 时代表高压转子,为方便书写,将 $x_i(t), y_i(t) (i=1, 2)$ 简化表示为 $x_i, y_i (i=1, 2)$ 。考虑到航空发动机的工作转速在低压转子的 1 阶临界转速以上,设低压转子为柔性转子,转轴上任意一点 x 和 y 方向的位移分别为^[17]

$$u_1(z, t) = f_1(z)x_1(t) = \sin(\pi z/L)x_1(t) \tag{1}$$

$$w_1(z, t) = f_1(z)y_1(t) = \sin(\pi z/L)y_1(t) \tag{2}$$

其中 $f_1(z)$ 为低压转子位移振型函数,表示低压转子轴上任意一点的位移与低压转子盘位移的

比。设低压转子轴上任意一点 x, y 方向的弯曲角度分别为 θ_1, ϕ_1 , 在小变形的情况下其可表达为

$$\theta_1 = \frac{\partial w_1}{\partial z} = \frac{df_1(z)}{dz}y_1(t) = g_1(z)y_1(t) \tag{3}$$

$$\phi_1 = -\frac{\partial u_1}{\partial z} = -\frac{df_1(z)}{dz}x_1(t) = -g_1(z)x_1(t) \tag{4}$$

其中 $g_1(z)$ 为低压转子弯曲角度振型函数。

同样,设高压转子轴的 x, y 方向的位移分别为 $u_2(z, t), w_2(z, t)$, 设 x, y 方向的弯曲角度分别为 θ_2, ϕ_2 , 并考虑高压转子轴为刚性轴可得^[17]

$$u_2(z, t) = f_2(z)x_2(t) = \frac{z-L_2}{L_4-L_2}x_2(t) \tag{5}$$

$$w_2(z, t) = f_2(z)y_2(t) = \frac{z-L_2}{L_4-L_2}y_2(t) \tag{6}$$

$$\theta_2 = \frac{\partial w_2}{\partial z} = \frac{df_2(z)}{dz}y_2(t) = g_2(z)y_2(t) \tag{7}$$

$$\phi_2 = -\frac{\partial u_2}{\partial z} = -\frac{df_2(z)}{dz}x_2(t) = -g_2(z)x_2(t) \tag{8}$$

其中 $f_2(z), g_2(z)$ 分别为高压转子位移和弯曲角度的振型函数。

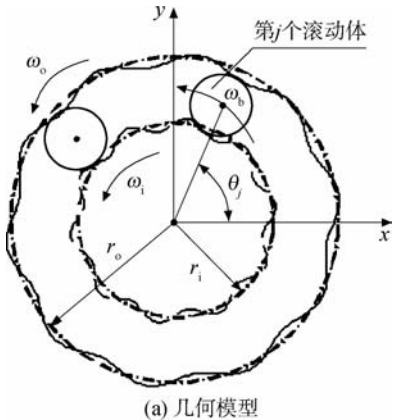
1.2 轴承内、外滚道表面波纹度模型

当滚动轴承的滚道存在波纹度时,滚动体与滚道的接触角和接触面的曲率半径将发生改变,从而使接触力改变并引起振动^[16]。通常用正弦函数表达波纹度的波形,其几何模型和数学模型如图 2 所示^[7, 14]。

设轴承内滚道的波纹度最大幅值为 A_{wi} , 则其波纹度可以表示为^[7]

$$p_i = A_{w0} + A_{wi} \sin\left(2\pi \frac{L}{\lambda}\right) \tag{9}$$

其中 A_{w0} 是内滚道波纹度初始幅值, $L = r_i\theta_j$, 波长 $\lambda = \frac{2\pi r_i}{N_{wi}}$, r_i 是轴承内滚道半径, N_{wi} 为内滚道波



(a) 几何模型

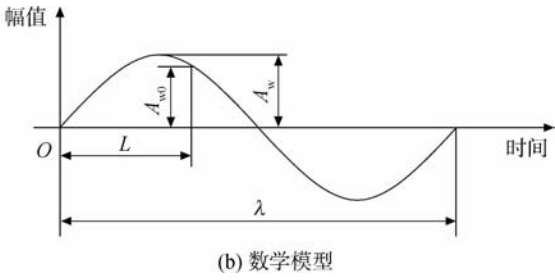


图 2 轴承波纹度几何模型和数学模型

Fig. 2 Geometry model and mathematical model of surface waviness of bearing

数, θ_j 为第 j 个滚动体的位置角, 其表达式为

$$\theta_j = \frac{2\pi}{N_b}(j-1) + (\omega_b - \omega_i)t \quad (10)$$

其中 $\omega_b = \frac{\omega_i r_i + \omega_o r_o}{r_i + r_o}$ 为保持架的转速; ω_i, ω_o 分别为轴承内、外圈的角速度; 其中 $j=1, 2, \dots, N_b$.

因此, 滚动轴承内滚道波纹度为

$$p_i = A_{w0} + A_{wi} \sin \left\{ N_{wi} \left[\frac{2\pi}{N_b}(j-1) + (\omega_b - \omega_i)t \right] \right\} \quad (11)$$

其中 N_b 为滚动体的数目.

同理可得外滚道的波纹度为

$$p_o = A_{w0} + A_{wo} \sin \left\{ N_{wo} \left[\frac{2\pi}{N_b}(j-1) + \omega_b t \right] \right\} \quad (12)$$

1.3 非线性轴承力

考虑中介轴承为滚动轴承, 模型如图 3 所示, 其中 r_o 为轴承外圈的滚道半径.

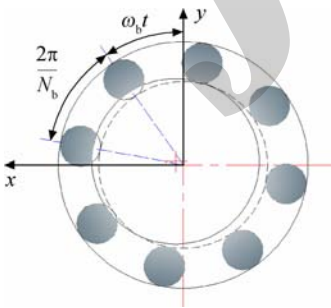


图 3 滚动轴承模型

Fig. 3 Rolling bearing model

滚动轴承的非线性力^[18]为

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = K_b \sum_{j=1}^{N_b} \delta_j^T H(\delta_j) \begin{bmatrix} \sin \theta_j \\ \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中

$$\delta_j = [f_1(L_4)x_1(t) - f_2(L_4)x_2(t)]\sin \theta_j + [f_1(L_4)y_1(t) - f_2(L_4)y_2(t)]\cos \theta_j - q_0 - (p_i + p_o) \quad (14)$$

$$\theta_j = \frac{2\pi}{N_b}(j-1) + \omega_b t \quad (15)$$

$$H(\delta_j) = \begin{cases} 1 & \delta_j > 0 \\ 0 & \delta_j \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

上式中 Q_x, Q_y 分别为滚动轴承在 x, y 方向的非线性力; K_b 为赫兹接触刚度; δ_j 为第 j 个滚动体的径向弹性接触变形; q_0 为轴承的径向间隙, $H(\delta_j)$ 为 Heaviside 函数, 表示滚动体与轴承外圈的接触情况; 对于圆柱滚子轴承, $T = \frac{10}{9}$, 对于滚珠轴承, $T = \frac{3}{2}$.

1.4 系统的运动方程

因本文着重研究波纹度对转子系统振动的影响, 故忽略转子的不平衡量, 令偏心距 $d_1 = d_2 = 0$ mm; 由转子动力学理论和拉格朗日方程可导出考虑中介轴承波纹度的双转子系统的运动方程为

$$2A_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - \omega_1 C_1 \dot{y}_1 + k_1 x_1 = -Q_x f_1(L_4) \quad (17a)$$

$$2A_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + \omega_1 C_1 \dot{x}_1 + k_1 y_1 = -Q_y f_1(L_4) - W_1 \quad (17b)$$

$$2A_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - \omega_2 C_2 \dot{y}_2 = Q_x f_2(L_4) \quad (17c)$$

$$2A_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 + \omega_2 C_2 \dot{x}_2 = Q_y f_2(L_4) - W_2 \quad (17d)$$

其中

$$2A_1 = m_{d1} f_1^2(L_1) + I_{dx1} g_1^2(L_1) + \rho S_1 \int_0^L f_1^2(z) dz + \rho I_1 \int_0^L g_1^2(z) dz \quad (18)$$

$$2A_2 = m_{d2} f_2^2(L_3) + I_{dx2} g_2^2(L_3) + \rho S_2 \int_{L_2}^{L_4} f_2^2(z) dz + \rho I_2 \int_{L_2}^{L_4} g_2^2(z) dz \quad (19)$$

$$C_1 = I_{dx1} g_1^2(L_1) + 2\rho I_1 \int_0^L g_1^2(z) dz \quad (20)$$

$$C_2 = I_{dx2} g_2^2(L_3) + 2\rho I_2 \int_{L_2}^{L_4} g_2^2(z) dz \quad (21)$$

$$k_1 = \pi^4 EI_1 / (2L^3) \quad (22)$$

式中 ω_i 为转子的转速, W_i 为转子的重力, c_i 为转子的黏性阻尼, m_{di} 为转子盘的质量, I_{dxi} 为转子相对 x 轴的转动惯量, ρ 为材料密度, S_i 为转轴的横截面积, I_i 为转轴的截面惯性矩, k_1 为低压转子轴的刚度.

1.5 运动方程的无量纲化

$$\text{令 } X_1 = \frac{x_1}{q_0}, Y_1 = \frac{y_1}{q_0}, X_2 = \frac{x_2}{q_0}, Y_2 = \frac{y_2}{q_0}, \tau_1 =$$

$\omega_1 t, \tau_2 = \omega_2 t, \gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ 为高、低压转子转速比, 将上述各式代入方程式(17), 将 $X_i, Y_i (i=1, 2)$ 对 t 的导数换做对 τ_1 的导数, 记为 X'_i, Y'_i , 2 阶导数记为 X''_i, Y''_i . 则无量纲方程如下:

$$X''_1 - a_1 Y'_1 + a_2 X'_1 + a_3 X_1 = -a_5 Q_x \quad (23a)$$

$$Y''_1 + a_1 X'_1 + a_2 Y'_1 + a_3 Y_1 = -a_5 Q_y - a_6 \quad (23b)$$

$$X''_2 - b_1 Y'_2 + b_2 X'_2 = b_4 Q_x \quad (23c)$$

$$Y''_2 + b_1 X'_2 + b_2 Y'_2 = b_4 Q_y - b_5 \quad (23d)$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{c_1}{2A_1\omega_1}, \quad a_2 = \frac{C_1}{2A_1}, \quad a_3 = \frac{k_1}{2A_1\omega_1^2}, \\ a_5 &= \frac{f_1(L_4)}{2A_1q_0\omega_1^2}, \quad a_6 = \frac{W_1}{2A_1q_0\omega_1^2}, \quad b_1 = \frac{c_2}{2A_2\omega_1}, \\ b_2 &= \frac{C_2\lambda}{2A_2}, \quad b_4 = \frac{f_2(L_4)}{2A_2q_0\omega_1^2}, \quad b_5 = \frac{W_2}{2A_2q_0\omega_1^2} \end{aligned}$$

转子系统的参数如下^[17]:

$$L = 0.4 \text{ m}, \quad L_1 = \frac{L}{3}, \quad L_2 = \frac{2L}{5},$$

$$L_3 = \frac{8L}{15}, \quad L_4 = \frac{2L}{3}, \quad \gamma = 1.2,$$

$$R_1 = 0.02 \text{ m}, \quad R_2 = 0.15 \text{ m}, \quad e_1 = 0.03 \text{ m},$$

$$R_3 = 0.03 \text{ m}, \quad R_4 = 0.035 \text{ m}, \quad R_5 = 0.1 \text{ m},$$

$$e_2 = 0.03 \text{ m}, \quad E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}, \quad N_b = 9,$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad W_1 = 197.63 \text{ N},$$

$$W_2 = 50.47 \text{ N}, \quad c_1 = c_2 = 200 \text{ (N} \cdot \text{s)/m},$$

$$q_0 = 5 \mu\text{m}, \quad r_1 = 0.021 \text{ m},$$

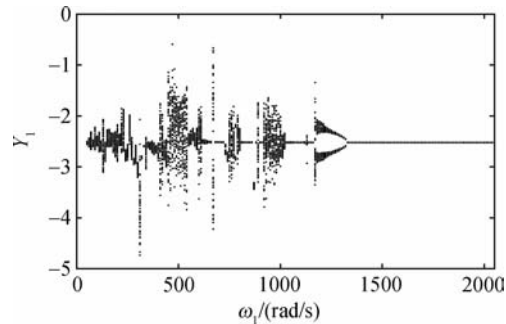
$$r_o = 0.0288 \text{ m}, \quad K_b = 1.342 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1.5}$$

2 系统的非线性振动分析

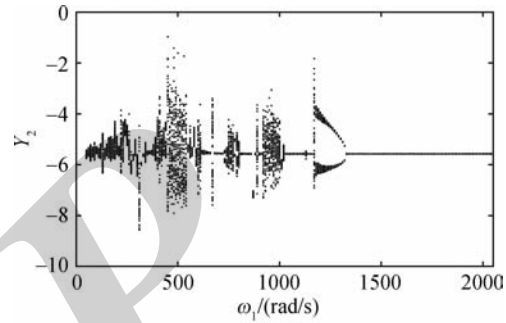
2.1 考虑中介轴承波纹度的系统模型求解与分析

所建立的系统模型含有轴承非线性接触力等强非线性因素, 采用 4 阶龙格库塔法进行求解. 当转速比 $\gamma=1.2$, 波纹度初始幅值 $A_{w0}=2 \mu\text{m}$, 波数 $N_{wi}=N_{wo}=3$ 时, 波纹度最大幅值为 $A_{wi}=A_{wo}=3 \mu\text{m}$, 以低压转子转速 ω_1 为分岔参数分别绘制低压、高压转子的分岔图如图 4(a)、图 4(b)所示.

从图 4 可以看出轴承内、外滚道的波纹度对转子系统的振动响应影响比较复杂, 随着转速的增加, 高、低压转子的运动呈现出周期运动与非周期运动的交替, 而且非周期运动主要集中在中低速区. 另外, 从图中还可以看出, 波纹度对高、低压转子产生的影响基本一致. 以下部分将详细分析某一固定转速下的转子系统的运动形态, 鉴于高、低压转子的响应变化相似, 只以低压转子为代表



(a) 低压转子随转速变化的分岔图



(b) 高压转子随转速变化的分岔图

图 4 高、低压转子随转速变化的分岔图

Fig. 4 Bifurcation of low and high pressure rotors under different rotation speeds

进行分析, 如图 5 所示.

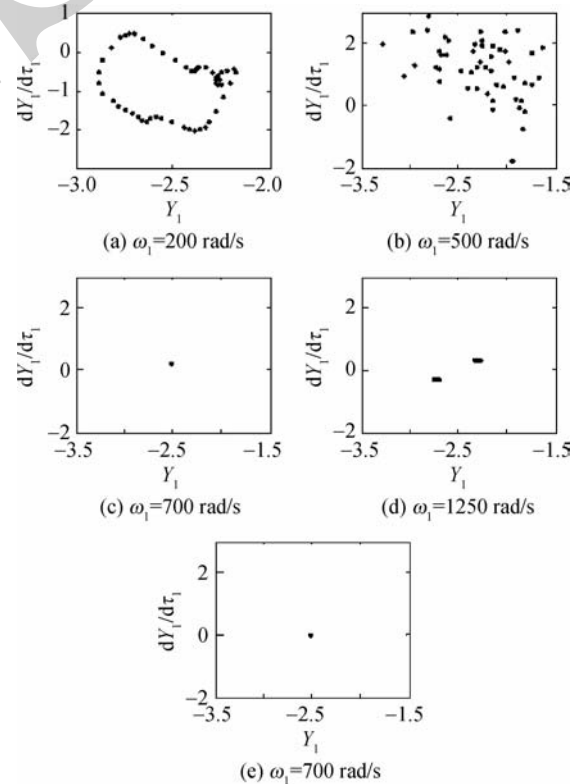


图 5 不同转速时低压转子的庞加莱映射图

Fig. 5 Poincaré maps of low pressure rotor under different rotation speeds

从图 5 可以看出,当低压转子转速 $\omega_1 = 200$ rad/s 时,庞加莱映射图为一封闭的曲线,可以判定此时低压转子做概周期运动;当 $\omega_1 = 500$ rad/s 时,庞加莱映射图为一杂乱分布的点,计算得知此时的最大李雅普洛夫指数 $L_y = 0.4453 > 0$,表明此时的低压转子处于混沌运动状态;当 $\omega_1 = 700$ rad/s 时,庞加莱映射图为一个点,表明低压转子做周期运动;当 $\omega_1 = 1250$ rad/s 时,庞加莱映射图两个独立的点,此时低压转子做周期 2 运动;当 $\omega_1 = 1500$ rad/s 时,庞加莱映射图又变为一个点,低压转子做周期运动. 因此,随着转速的增加,转子系统可能做周期、倍周期,甚至混沌运动,而且存在着周期与非周期运动的交替变化.

2.2 波纹度最大幅值的影响

工程实际中,在滚动轴承的使用过程中,由于存在疲劳和润滑不良等因素,波纹度最大幅值会逐渐增大^[14],而这对于转子系统的平稳运行构成了严重威胁. 因此,分析波纹度最大幅值对转子系统的影响很有必要.

当转速比 $\gamma = 1.2$, $N_{wi} = N_{wo} = 3$, $\omega_1 = 1\,300$ rad/s 时,以波纹度最大幅值 A_w 为分岔参数绘制 A_w - Y_1 分岔图如图 6 所示.

由图 6 可以看出随着波纹度最大幅值 A_w 的增加,双转子系统呈现出了非常复杂的运动,当 A_w 较小时系统做周期运动,在 $A_w > 2\,\mu\text{m}$ 以后,系统均做非周期运动. 下面详细分析各个波纹度最大幅值下的转子系统的运动形态,如图 7 所示.

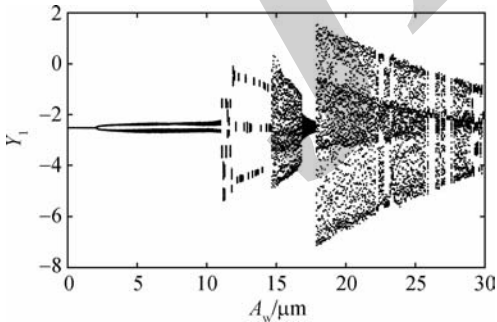


图 6 低压转子随 A_w 变化的分岔图

Fig. 6 Bifurcation of low pressure rotor under different A_w

由图 7 可知,当波纹度最大幅值 $A_w = 1\,\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一个点,此时系统做周期运动;当波纹度最大幅值 $A_w = 5\,\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图近似为两个独立的点,可以判定此时系统做周期 2 运动;当波纹度最大幅值 $A_w = 13\,\mu\text{m}$ 时,庞

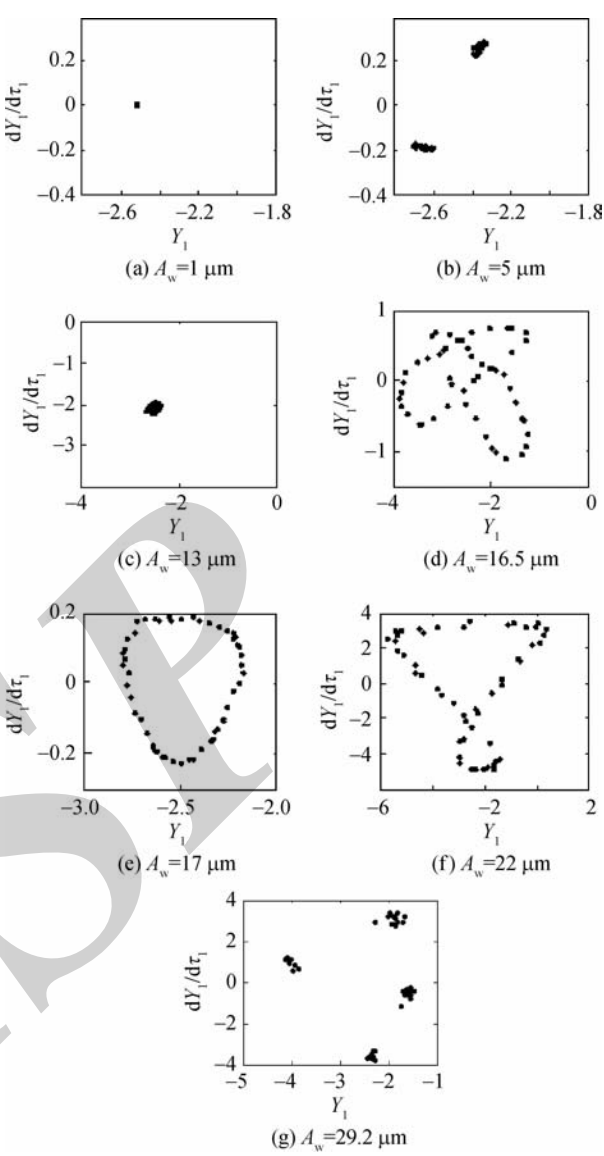


图 7 不同 A_w 时低压转子的庞加莱映射图

Fig. 7 Poincaré maps of low pressure rotor under different A_w

加莱映射图近似为一个点,此时系统的运动接近周期运动;当 $A_w = 16.5\,\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图两个闭合曲线,此时系统做概周期运动;当 $A_w = 17\,\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一闭合曲线,此时系统做概周期运动;当 $A_w = 22\,\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一闭合曲线,系统也做概周期运动;当 $A_w = 29.2\,\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图近似为 4 个点,此时系统做接近周期 4 的运动.

因此,随着波纹度最大幅值 A_w 的增大,系统运动会从周期运动变为周期 2 运动,再演化为概周期运动,最后接近周期 4 运动. 这充分体现了波纹度最大幅值的变化会对系统的运动产生非常复杂的影响,将波纹度最大幅值控制在较小的范围内会有利于系统的稳定运动.

2.3 波数对转子系统振动的影响

波数 N_w 也是影响轴承-转子系统振动特性的主要因素之一,由波长 $\lambda=\frac{2\pi r_i}{N_{wi}}$ 可以看出它直接影响到波纹度的波长.波数的改变将使波纹度的波长发生改变,而波长的改变势必将对转子系统的振动产生影响,因此,有必要详细分析波数改变对转子系统振动特性的影响.

当转速比 $\gamma=1.2$, $\omega_1=1047\text{ rad/s}$ 时,以波数 N_w 为分岔参数绘制 N_w - Y_1 分岔图如图 8 所示.图 9 给出了波数 $N_w=4,9,18,27,45$ 时的庞加莱映射图,可以看出,当 $N_w=4$ 时,庞加莱映射图为一个点,系统做周期运动;当 $N_w=9$ 时,庞加莱映射图为一封闭的曲线,此时系统做概周期运动;当 $N_w=18$ 时,庞加莱映射图是一片任意分布的散点,计算得知此时的最大李雅普洛夫指数 $L_y=0.1554>0$,因此可以判定此时系统做混沌运动;当 $N_w=27$ 时,庞加莱映射图为一较小的闭合曲线,此时系统做概周期运动并接近周期运动;当 $N_w=45$ 时,庞加莱映射图为一个点,系统做周期运动.

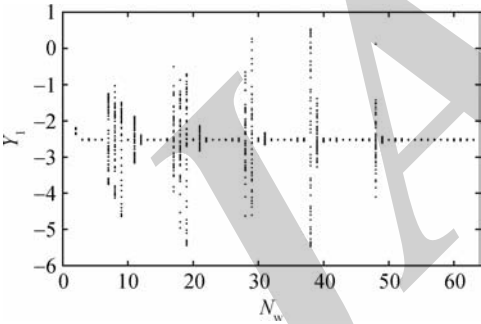


图 8 低压转子随 N_w 变化的分岔图
Fig. 8 Bifurcation of low pressure rotor under different N_w

由图 8 和图 9 可以看出,随着波数 N_w 的增大,转子系统呈现出了周期运动与非周期运动的交替变化,而且当波数 N_w 与中介轴承的滚动体数 N_b 满足 $N_w=nN_b$, ($n=1,2,3$) 时,转子系统做非周期的复杂运动;另外,随着波数的增大,转子系统在 nN_b 前后的非周期运动区域逐渐缩小,当波数 $N_w=nN_b$, ($n\geq 4$) 时,转子系统的运动已由非周期的复杂运动变为周期运动,发生复杂运动的区域向 nN_b 右边移动了.

图 10 给出了波数 $N_w=9$ 时低压转子随转速变化的位移分岔图,与图 4 比较知,当 $N_w=N_b$

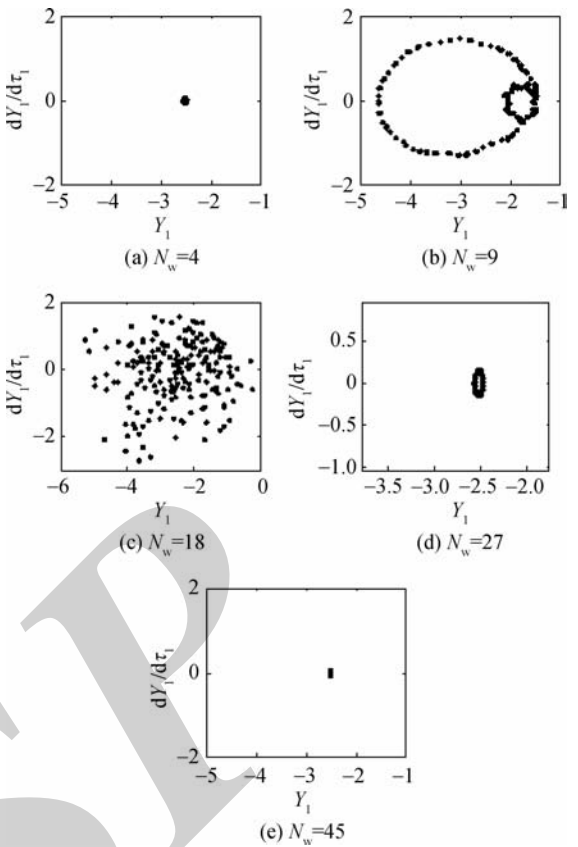


图 9 不同 N_w 时低压转子的庞加莱映射图
Fig. 9 Poincaré maps of low pressure rotor under different N_w

时,波纹度对转子系统的振动产生了非常复杂的影响,几乎在任意转速下,系统都处于非周期复杂运动状态;这也印证了前面所得到的结论.

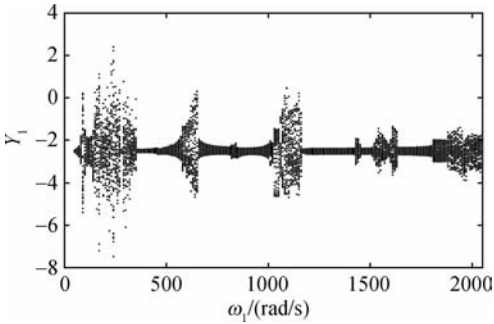


图 10 $N_w=9$ 时低压转子随转速变化的分岔图
Fig. 10 Bifurcation of low pressure rotor under different rotation speeds when $N_w=9$

2.4 波纹度初始幅值对转子系统振动的影响

波纹度初始幅值 A_{w0} 也是影响转子系统振动特性的主要因素之一.当转速比 $\gamma=1.2$, $\omega_1=1300\text{ rad/s}$,波纹度最大幅值 $A_w=30\text{ }\mu\text{m}$ 时,以波纹度初始幅值为分岔参数绘制 A_{w0} - Y_1 分岔图如

图 11 所示,不同波纹度初始幅值时的庞加莱映射图如图 12 所示,当波纹度初始幅值 $A_{w0}=1\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一闭合曲线,此时系统做概周期运动;当 $A_{w0}=8\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图近似为两个封闭曲线,系统做概周期运动;当 $A_{w0}=10\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图近似为两个封闭曲线,此时系统也做概周期运动;当 $A_{w0}=12\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一混乱分布的散点,计算得知此时的最大李雅

普洛夫指数 $L_y=0.0024>0$,可判断此时系统做混沌运动;当 $A_{w0}=15\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一闭合曲线,系统做概周期运动;当 $A_{w0}=27\mu\text{m}$ 时,庞加莱映射图为一混乱分布的点,计算得知此时的最大李雅普洛夫指数 $L_y=0.0051>0$,此时系统做混沌运动。

结合图 11 和图 12 可知,随着波纹度初始幅值的增加,系统的运动形态演化过程为:概周期-混沌-概周期-混沌,可见在初始幅值增加的整个过程中,转子系统均做非周期的复杂运动;但就振动幅度的大小而言,较大的波纹度初始幅值所产生的振动幅度较小。

3 结 论

本文建立了考虑中介轴承波纹度的双转子系统模型,并采用 4 阶龙格库塔法对模型进行了求解,得到了转子系统振动响应,并详细讨论了波纹度最大幅值、波数和波纹度初始幅值对转子系统振动特性的影响。研究发现

- 1) 中介轴承存在波纹度时,随着转速的增加,高、低压转子的运动表现为周期运动与非周期运动的交替变化,并且波纹度的影响主要集中在中低速时;另外,波纹度对高、低压转子产生的影响基本一致。
- 2) 减小波纹度最大幅值将有利于系统的稳定运动。
- 3) 当波纹度波数增加时,系统的运动将会出现周期与非周期运动的交替变化;当波数为中介轴承滚动体数目的整数倍时系统可能做复杂的非周期运动,实际中波数较难控制,则可通过控制中介轴承滚动体数目来促进转子系统的平稳运行。
- 4) 较大一些的波纹度初始幅值将有利于减小波纹度对转子系统振动幅值的影响。

参考文献:

[1] 郑红威,王风涛,吉博文. 外圈波纹度对圆柱滚子轴承动态特性影响的研究[J]. 机械设计与制造,2014(12):82-84.
ZHENG Hongwei, WANG Fengtao, JI Bowen. The study for effect of outer race waviness on the dynamic behavior of cylindrical roller bearing [J]. Machinery Design and Manufacture, 2014(12):82-84. (in Chinese)

[2] 汪久根,王庆九,薛峥,等. 表面波纹度对轴承振动的影响[C]//第 8 届全国摩擦学大会论文集. 广州:中国机械工程师学会摩擦学分会,2007:430-433.

[3] 殷玉枫,张闯. 表面波纹度激励下的滚动轴承非线性接触噪声分析[J]. 噪声与振动控制,2010,31(1):43-47.
YIN Yufeng, ZHANG Chuang. Analysis of noise due to

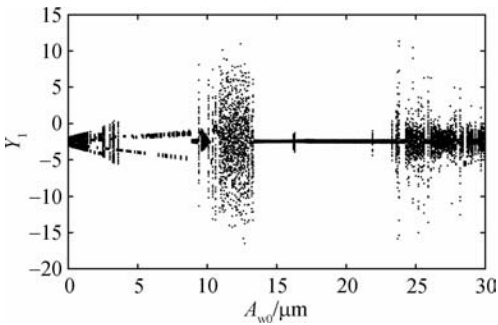


图 11 低压转子随 A_{w0} 变化的分岔图
Fig. 11 Bifurcation of low pressure rotor under different A_{w0}

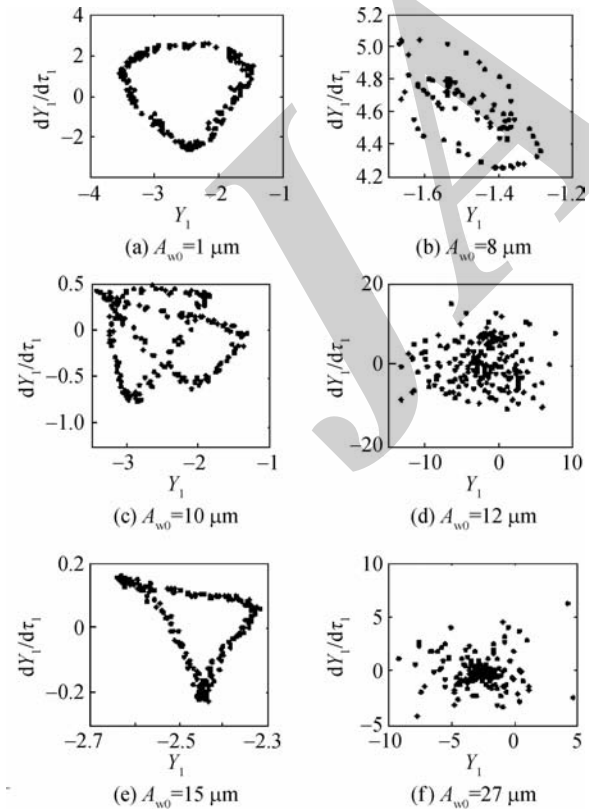


图 12 不同 A_{w0} 时低压转子的庞加莱映射图
Fig. 12 Poincare maps of low pressure rotor under different A_{w0}

- surface-waviness induced nonlinear contact in rolling bearing[J]. Noise and Vibration Control, 2010, 31(1): 43-47. (in Chinese)
- [4] 周海仑, 陈果. 航空发动机双转子-滚动轴承-机匣耦合系统动力学分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(6): 1284-1291. ZHOU Hailun, CHEN Guo. Dynamic response analysis of dual rotor-ball bearing-stator coupling system for aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(6): 1284-1291. (in Chinese)
- [5] 邓四二, 付金辉, 王燕霜, 等. 航空发动机滚动轴承-双转子系统动态特性分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(1): 195-203. DENG Sier, FU Jinhui, WANG Yanshuang, et al. Analysis on dynamic characteristics of aero-engine rolling bearing/dual-rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(1): 195-203. (in Chinese)
- [6] 罗贵火, 周海仑, 王飞, 等. 含滚动轴承的同向和反向旋转双转子系统动力学响应[J]. 航空动力学报, 2012, 27(8): 1887-1893. LUO Guihuo, ZHOU Hailun, WANG Fei, et al. Dynamic response of co-rotating and counter-rotating dual-rotor system supported on ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(8): 195-203. (in Chinese)
- [7] Harsha S P, Sandeep K, Prakash R. Nonlinear dynamic response of a rotor bearing system due to surface waviness[J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 37(2): 91-114.
- [8] Harsha S P, Kankar P K. Stability analysis of a rotor bearing system due to surface waviness and number of balls[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2004, 46(7): 1057-1081.
- [9] Harsha S P, Sandeep K, Prakash R. Nonlinear dynamic behaviors of rolling element bearings due to surface waviness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 272(3/4/5): 557-580.
- [10] Harsha S P, Nataraj C. The effect of surface waviness and number of rolling elements on the dynamic behavior of a rotor-bearing system[C]//Proceedings of ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Las Vegas, USA: American Society of Mechanical Engineers, 2007: 1755-1762.
- [11] Kankar P K, Sharma S C, Harsha S P. Nonlinear vibration signature analysis of a high speed rotor bearing system due to race imperfection[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2012, 7(1): 354-360.
- [12] Kankar P K, Sharma S C, Harsha S P. Vibration based performance prediction of ball bearings caused by localized defects[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 69(3): 847-875.
- [13] Yusof N F M, Ripin Z M. Analysis of surface parameters and vibration of roller bearing[J]. Tribology Transactions, 2014, 57(4): 715-729.
- [14] 顾晓辉, 杨绍普, 刘永强, 等. 表面波紋度对滚动轴承-转子系统非线性振动的影响[J]. 振动与冲击, 2014, 33(8): 109-114. GU Xiaohui, YANG Shaopu, LIU Yongqiang, et al. Effect of surface waviness on nonlinear vibration of a rotor with ball bearings[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(8): 109-114. (in Chinese)
- [15] 张耀强, 陈建军, 邓四二, 等. 考虑表面波紋度的滚动轴承-转子系统非线性动力特性[J]. 航空动力学报, 2008, 23(9): 1731-1736. ZHANG Yaoqiang, CHEN Jianjun, DENG Sier, et al. Nonlinear dynamics characteristics of a rolling bearing-rotor system with surface waviness[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(9): 1731-1736. (in Chinese)
- [16] 杜秋华, 杨曙年. 考虑润滑和波紋度影响的球轴承径向刚度[J]. 振动与冲击, 2007, 26(10): 152-156. DU Qiuhua, YANG Shunian. Effects of lubrication and surface waviness on radial stiffness of ball bearing[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(10): 152-156. (in Chinese)
- [17] 陈松霆. 航空双转子发动机的振动响应分析[D]. 天津: 天津大学, 2011. CHEN Songting. Vibration response analysis of the aviation engine with dual rotors[D]. Tianjin: Tianjin University, 2011. (in Chinese)
- [18] Liew A, Feng N, Hahn E J. Transient rotordynamic modeling of rolling element bearing systems[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 124(4): 984-991.

(编辑: 陈 越)